

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный университет»**

Утверждено:
на заседании Ученого совета
ФГБОУ ВО «Алтайский
государственный университет»
протокол №1 от 29.09.2020

Рабочая программа дополнительного образования
«Прикладная математика и программирование: Идеи олимпиадной
математики»
в рамках направления
«Малая академия»
на 2020-2021 учебный год

Составитель:
Дронов В. С., старший преподаватель
кафедры математического анализа ИМИТ

Барнаул, 2020

Пояснительная записка

Актуальность программы определяется потребностью общества в работе с одарёнными детьми в условиях дополнительного образования. Школьный курс математики, к сожалению, вынужден ограничиваться традиционными областями и скован последовательностью в изложении материала. Несмотря на все преимущества этого подхода, побочным эффектом является формирующееся у учащегося ощущение, что математика – наука, строго привязанная к небольшому набору областей знания. Традиционным является представление что "математика – наука о числах" (иногда под влиянием геометрии сюда добавляются ещё и фигуры), и что математика в целом состоит из школьных дисциплин, к которым добавляется ещё некая "высшая математика", представление о которой обычно ограничивается тем, что это нечто сложное. Подобная картина является стандартной для старшеклассников, выпускников и нередко даже студентов младших курсов, особенно если выбранное ими направление кажется им далёким от математики. Встречающиеся в школьной программе применения математики в других дисциплинах (в первую очередь в физике) обычно воспринимаются как чисто технические, расчётные, а акцентировать на них внимание не всегда удаётся.

Показать единство математики и универсальность математических методов в подобных условиях довольно сложно. Одной из основных задач данного курса является демонстрация математики с иной стороны, в первую очередь через методы и идеи решения олимпиадных заданий. Поиск аналогий в задачах, относящихся к разным предметам в школьном смысле, а часто не классифицирующихся в рамках школьного курса вообще, помогает сломать ощущение единственности традиционного деления математики.

Отличительная особенность данной образовательной программы: Программа рассчитана на преподавание классических олимпиадных тем в форме блоков, рассчитанных на то, что их единство

обнаружат сами учащиеся, а выделение схожих тем и общности идей – часть задачи учащихся, составляющих электронную памятку на протяжении всего курса и представляющие её по итогам. Частные темы с объяснением конкретных приёмов при этом даются преподавателем, также в форме "от конкретного к общему".

Адресат программы: программа рассчитана на учащихся 10-11 классов, проявляющих интерес к математике (и принимающим или планирующим принимать участие в математических олимпиадах различного уровня).

Сроки реализации программы: 1 год. Режим занятий – 1 раз в неделю по 2 академических часа, наполняемость в группе – 13 учащихся.

Цель программы – формирование и развитие у обучающихся интеллектуальных и практических компетенций в области математики.

Задачи программы:

-обучающие: освоение классических олимпиадных тем.

-развивающие: развитие интеллекта.

-воспитательные: тренировка групповой работы.

Планируемые результаты освоения программы

Продуктовый результат: электронная памятка по олимпиадным темам, материалы для её представления (презентация).

Личностные результаты:

- критическое отношение к информации и избирательность её восприятия;
- осмысление мотивов своих действий при выполнении заданий;
- развитие любознательности, сообразительности при выполнении разнообразных заданий проблемного и эвристического характера;
- развитие внимательности, настойчивости, целеустремлённости, умения преодолевать трудности;
- развитие самостоятельности суждений, независимости и нестандартности мышления;
- освоение социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах;

- формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве с другими обучающимися.

Метапредметные результаты:

Регулятивные универсальные учебные действия:

- умение принимать и сохранять учебную задачу; способность работать над проектом в течении долгого времени (не ограниченного собственно временем занятия).
- умение планировать последовательность шагов алгоритма для достижения цели;
- умение ставить цель (создание творческой работы), планировать достижение этой цели;
- умение осуществлять итоговый и пошаговый контроль по результату;
- способность адекватно воспринимать оценку наставника и других обучающихся;
- умение различать способ и результат действия;
- умение вносить коррективы в действия в случае расхождения результата решения задачи на основе её оценки и учёта характера сделанных ошибок;
- умение в сотрудничестве ставить новые учебные задачи;
- способность проявлять познавательную инициативу в учебном сотрудничестве;
- умение осваивать способы решения проблем творческого характера в жизненных ситуациях;
- умение оценивать получающийся творческий продукт и соотносить его с изначальным замыслом, выполнять по необходимости коррекции либо продукта, либо замысла.

Познавательные универсальные учебные действия:

- умение осуществлять поиск информации в хранилищах информационных образовательных ресурсов;

- умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий для решения коммуникативных, познавательных и творческих задач;
- умение ориентироваться в разнообразии способов решения задач;
- умение осуществлять анализ объектов с выделением существенных и несущественных признаков;
- умение проводить сравнение, классификацию по заданным критериям;
- умение строить логические рассуждения в форме связи простых суждений об объекте;
- умение устанавливать аналогии, причинно-следственные связи;
- умение синтезировать, составлять целое из частей, в том числе самостоятельно достраивать с восполнением недостающих компонентов.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

- умение аргументировать свою точку зрения на выбор оснований и критериев при выделении признаков, сравнении и классификации объектов;
- умение выслушивать собеседника и вести диалог;
- способность признавать возможность существования различных точек зрения и право каждого иметь свою;
- умение планировать учебное сотрудничество с наставником и другими обучающимися: определять цели, функции участников, способы взаимодействия;
- умение осуществлять постановку вопросов: инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;
- умение разрешать конфликты: выявление, идентификация проблемы, поиск и оценка альтернативных способов разрешения конфликта, принятие решения и его реализация;
- умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации;
- владение монологической и диалогической формами речи.

Предметные результаты

В результате освоения программы, обучающиеся должны знать:

- правила безопасности и охраны труда при работе с учебным и лабораторным оборудованием.

уметь:

- анализировать олимпиадные задачи на предмет применимости классических приёмов, классифицировать их по темам;
- анализировать применимость приёмов, определять их достоинства и недостатки в контексте заданной ситуации;
- различать и характеризовать понятия: математического доказательства, правдоподобного рассуждения, частного приёма и метода доказательства, математической игры и стратегии;
- описывать с помощью текста, рисунков, графического изображения методы решения математических задач;
- представлять свой проект с применением подходящих программных средств.

владеть:

научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приёмами олимпиадной математики.

Содержание программы

Программа предполагает постепенное расширение знаний и их углубление, а также приобретение умений в области математики.

Занятия предполагают развитие личности:

- развитие интеллектуального потенциала обучающегося, способности к анализу, умения решения задач;
- развитие практических умений и навыков в области математики.

Учебно-воспитательный процесс направлен на формирование и развитие у обучающихся таких важных социально значимых качеств, как готовность к

нравственному самоопределению, стремление к сохранению и приумножению технических, культурных и исторических ценностей. Становление личности через творческое самовыражение.

Программа дополнительного образования ориентирована на систематизацию знаний и умений по курсу математики.

Объём программы составляет 72 часа.

Содержание курса представлено в составе 6 кейсов.

Учебный план

№	Название кейса	Количество часов		
		всего	теория	практика
1.	Кейс 1. Составление электронной памятки по основным олимпиадным темам.	6	2	4
2.	Кейс 2. Взаимосвязи в темах инварианта.	16	6	10
3.	Кейс 3. Логические задачи и метазадачи. Поиск общих методов.	16	6	10
4.	Кейс 4. Способы поисков примеров и контрпримеров в олимпиадных задачах.	16	8	8
5.	Кейс 5. Зацикливание и движения в олимпиадных задачах.	10	4	6
6.	Кейс 6. Комбинаторные соображения и количество информации в олимпиадных задачах.	8	4	4
	Итого:	72	30	42

Тематическое содержание программы

№	Тема занятия	Сроки	Формы аттестации/контроля
Кейс 1. Составление электронной памятки по основным олимпиадным темам (6 часов)			
1	Что такое математика. Демонстрация метода, как повторяющейся идеи в решении задач (весьма разнородных).	октябрь	опрос, практическая работа
2	Группировка тем, выделение связей в них и их наглядное представление.	октябрь	опрос, практическая работа
Кейс 2. Взаимосвязи в темах инварианта (16 часов)			
1.	Демонстрация общих (но ограниченных темой) идей в задачах на чётность, доказательства	октябрь	опрос

	невозможности перестановок, замощения.		
2.	Формулировка соответствующих принципов для решения задач.	ноябрь	практическая работа
3.	Инварианты.	ноябрь	практическая работа
4.	Чётность и её типичные применения.	ноябрь	практическая работа
5.	Остатки от деления.	ноябрь	практическая работа
6.	Раскраски и замощения.	декабрь	практическая работа
7.	Инвариант как способ получения противоречия в доказательстве от противного.	декабрь	практическая работа
8.	Признаки делимости.	декабрь	практическая работа
9.	Подсчёт двумя способами как поиск инварианта.	декабрь	практическая работа
10.	ситуации одностороннего изменения, полуинвариант.	декабрь	мини-олимпиада
Кейс 3: Выделение общих идей в логических задачах (16 часов)			
1.	Олимпиадные задачи о рыцарях и лжецах.	январь	опрос, практическая работа
2.	Логические структуры задач о рыцарях и лжецах.	январь	практическая работа
3.	Базовые отличия доказательства от правдоподобного рассуждения,	февраль	практическая работа
4.	Оценки переборov и элементы формальной логики	февраль	мини-олимпиада
Кейс 4: Методы поиска примеров и контпримеров в олимпиадных задачах (16 часов)			
1.	Отличие доказательства невозможности от практического перебора в математических играх.	март	практическая работа
2.	Отличие доказательства от примера	март	практическая работа
3.	Математические игры.	март	практическая работа
4.	Понятие выигрышной стратегии	март	практическая работа
5.	Симметрия.	апрель	практическая работа
6.	Упрощение условия. Метод крайнего. Принцип Дирихле.	апрель	практическая работа
7.	Представление выборов в математических играх методами теории графов.	апрель	мини-олимпиада
Кейс 5: Зацикливание и направление хода (10 часов)			
1.	Бесконечный перебор в задачах.	май	практическая работа
2.	Прямой и обратный ход в решении задачи	май	практическая работа
3.	Задачи с возвращением и использование кругов.	май	практическая работа

4.	Смены координат и точек рассмотрения.	май	практическая работа
5.	Условия для заикливания. Заикливание с предиклом и без.	май	мини-олимпиада
Кейс 6: Комбинаторные соображения и количество информации. (8 часов)			
	Прямой и обратный ход в решении задачи.	июнь	практическая работа
	Задачи с возвращением и использование кругов	июнь	практическая работа
	Смены координат и точек рассмотрения.	июнь	практическая работа
	Условия для заикливания.	июнь	практическая работа
	Заикливание с предиклом и без.	июнь	практическая работа
	Базовые комбинаторные принципы.	июнь	практическая работа
	Демонстрация комбинаторного взрыва.	июнь	практическая работа
	Задачи на подсчёт количества вариантов.	июнь	практическая работа
	Задачи на взвешивание и переливание. Связь этого с двоичным и троичным представлением чисел.	июнь	практическая работа
	Задачи на ограничение и достижимость.	июнь	публичная презентация решения задач
	Итого:	72	

Кейс 1: Составление электронной памятки по основным олимпиадным темам.

1. Проблемная ситуация вводится через вопрос о том, что такое математика и демонстрацию метода как повторяющейся идеи в решении задач (весьма разнородных). Задачей учащихся в ходе этого кейса является группировка тем, выделение связей в них, а также их наглядное представление.
2. Категория кейса: углубленный (4-тый уровень, создание нового продукта – электронной памятки по пройденным в курсе темам). Поскольку вопрос относится не только к выделению групп тем и общности в идеях, но и их удобном и наглядном представлении, то кейс является межпредметным.
3. Этот кейс существенно отличается по месту в курсе от прочих и можно считать его "нулевым": он открывается на первом занятии и фактически продолжается на протяжении всего курса, являясь его основным содержанием. Он же является единственным, имеющим

продуктовый результат. При этом на данный кейс в чистом виде отводится относительно мало чистого времени (вступительная формулировка проблемы и подведение итогов).

4. На кейс в чистом виде отводится 2 часа для формулировки проблемы и 4 часа для демонстрации результатов и финализацию кейса. Сюда же включаются промежуточные обсуждения (специальное занятие на промежуточные обсуждения не выделяется, время включается в прочие блоки тем).

В кейсах 2 и далее основным методом рассматривается аналитический.

Кейс 2:Выделение связей в идеях, связанных с инвариантом.

1. Проблема ставится через демонстрацию общих (но ограниченных темой) идей в задачах на чётность, доказательства невозможности перестановок, замощения. Учащимся предлагается сформулировать соответствующие принципы для решения задач.
2. Категория кейса – вводный (1-2 уровень).
3. Инварианты, в силу своей распространённости в олимпиадных задачах, хорошо подходят для введения в тему и демонстрации внутренних связей.
4. В зависимости от подготовки и активности учащихся, могут быть рассмотрены следующие темы: Чётность и её типичные применения. Остатки от деления. Признаки делимости. Раскраски и замощения. Инвариант как способ получения противоречия в доказательстве от противного. Подсчёт двумя способами как поиск инварианта. Более продвинутый случай – ситуации одностороннего изменения, полуинвариант. На кейс отводится 16 учебных часов.

Кейс 3:Выделение общих идей в логических задачах.

1. За основу берётся обширный и хорошо известный класс олимпиадных задач о рыцарях и лжецах. Демонстрируется возможность сведения таких задач к типовым схемам и опоры на предыдущие задачи вместо прямого логического перебора. Учащимся предлагается отыскать аналогичные "золотые пули", позволяющие сократить работу для случаев обобщений задач на более сложные ситуации (рыцари, лжецы и нормальные люди; различные обобщения рыцарей и лжецов в задачах Смаллиана).
2. Категория кейса – вводный (2 уровень).
3. Этот класс задач хорош, с одной стороны, относительным однообразием и хорошей проработанностью схем, и, с другой стороны, внешним разнообразием условий, потому может быть легко развёрнут на большее время при интересе учащихся.
4. В тему входят логические структуры, базовые отличия доказательства от правдоподобного рассуждения, оценки переборов и элементы формальной логики. На кейс отводится 12 учебных часов.

Кейс 4: Методы поиска примеров и контпримеров в олимпиадных задачах.

1. Проблемная ситуация вводится через демонстрацию отличия доказательства невозможности от практического перебора в математических играх.
2. Категория кейса – вводный (2 уровень).
3. Класс задач хорош удобством демонстрации результатов и возможностью соревновательного элемента в элементах промежуточного контроля.
4. В зависимости от подготовки и активности учащихся, могут быть рассмотрены следующие темы: Отличие доказательства от примера. Математические игры. Понятие выигрышной стратегии.

Соображения симметрии. Упрощение условия. Метод крайнего. Принцип Дирихле. Представление выборов в математических играх методами теории графов.

Кейс 5:Зацикливание и направление хода.

1. Проблемная ситуация вводится через демонстрацию возможности работы с бесконечным перебором в задачах.
2. Категория кейса – вводный (2 уровень).
3. Класс задач хорош удобством демонстрации неинтуитивных подходов в математике.
- 4 . В зависимости от подготовки и активности учащихся, могут быть рассмотрены следующие темы: Прямой и обратный ход в решении задачи. Задачи с возвращением и использование кругов. Смены координат и точек рассмотрения. Условия для зацикливания. Зацикливание с предциклом и без.

Кейс 6:Комбинаторные соображения и количество информации.

1. Проблемная ситуация вводится через задачи о взвешиваниях и переливаниях и вопросы достаточности условий для их решения.
2. Категория кейса – вводный (2 уровень).
3. Класс задач хорош удобством демонстрации неинтуитивных подходов в математике.
- 4 . В зависимости от подготовки и активности учащихся, могут быть рассмотрены следующие темы: Прямой и обратный ход в решении задачи. Задачи с возвращением и использование кругов. Смены координат и точек рассмотрения. Условия для зацикливания. Зацикливание с предциклом и без. Базовые комбинаторные принципы. Демонстрация комбинаторного взрыва. Задачи на подсчёт количества вариантов. Задачи на взвешивание и переливание. Связь

этого с двоичным и троичным представлением чисел. Задачи на ограничение и достижимость.

Формы подведения итогов реализации программы

Подведение итогов реализуется в рамках презентации и защиты результатов выполнения кейса 1, представленного в программе. Промежуточные итоги подразумевают проведение мини-олимпиад с обсуждением учащихса текущих заготовок своих памяток по итогам.

Формы демонстрации результатов обучения

Представление результатов образовательной деятельности пройдёт в форме публичной презентации решений кейсов командами и последующих ответов выступающих на вопросы наставника и других команд.

Список литературы

Список рекомендованной литературы для преподавателя:

Основная:

1. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. "Ленинградские математические кружки" – Киров, изд-во "АСА", 1994г. – 272 с.
2. Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике – М.:МЦНМО, 2016– 560 с.
3. Спивак А.В. Тысяча и одна задача по математике. 5-7 классы: учебное пособие для общеобразовательных организаций/ А.В.Спивак. – М.: Просвещение, 2018. – 201 с.
4. <http://www.problems.ru/> – интернет-проект «Задачи»
5. <http://mmmf.msu.ru/archive/> – архив Малого Мехмата МГУ

Дополнительная:

6. Гарднер М., "Математические досуги" – М. Мир, 1972г – 496 с.
7. Кноп К.А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам. – М.:МЦНМО, 2016. – 104 с.
8. Медников Л.Э. Четность.- М.:МЦНМО, 2016.- 64 с
9. Мительман И.И. Раскрасим клетчатую доску – Ижевск : Удмуртский университет, 2002 г. – 55 с.
10. Раскина И.В., Шноль Д.Э. Логические задачи. – М.:МЦНМО, 2017. – 120 с
11. Заславский А.А., Френкин Б.Р., Шаповалов А.В. Задачи о турнирах.- М.:МЦНМО, 2017.- 104 с.
12. <http://cdoosh.ru/lmsh/archive.html> – архив Кировской Летней Математической Школы.

Список рекомендованной литературы для обучающихся:

Основная:

13. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К., "Как решают нестандартные задачи" – М. МЦНМО, 2008г. – 94 с.
14. Козлова Е.Г. Сказки и подсказки. М.:МИРОС, 1994. – 128 с.
15. Смаллиан Р. "Как же называется эта книга?" - М. АСТ, 2013 г – 312 с.

Дополнительная:

16. Смаллиан Р. "Принцесса или тигр" – М. Мир, 1985 г. – 221 с.
17. Смаллиан Р. "Приключения Алисы в Стране Головоломок" (в других переводах "Алиса в Стране смекалки") – М. Просвещение, 2008 – 176 с.
18. Шаповалов А.В. "Принцип узких мест" – М. МЦНМО, 2015г. – 50 с.